## Limietpunt

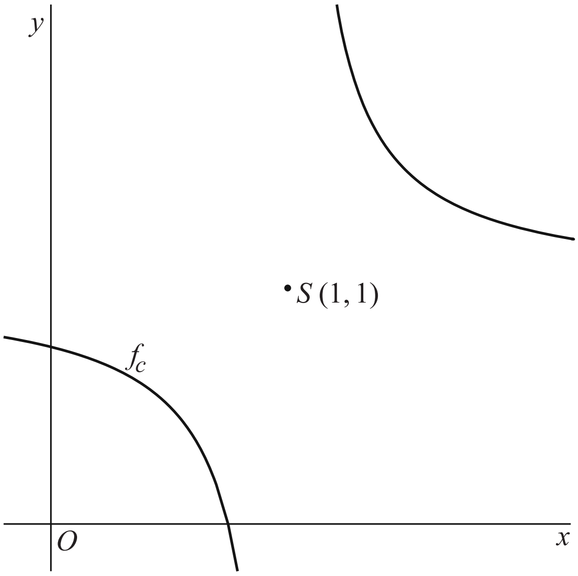
Voor $c > 0$ is de functie $f_c$ gegeven door:

$$f_c(x) = \frac{1}{c(x-1)} + 1$$

3p **13** Bewijs dat voor elke waarde van $c$ de functie $f_c$ de inverse is van zichzelf.

Punt $S$ is het punt met coördinaten $(1, 1)$.
In figuur 1 is voor een waarde van $c$ de grafiek van $f_c$ weergegeven.

**figuur 1**



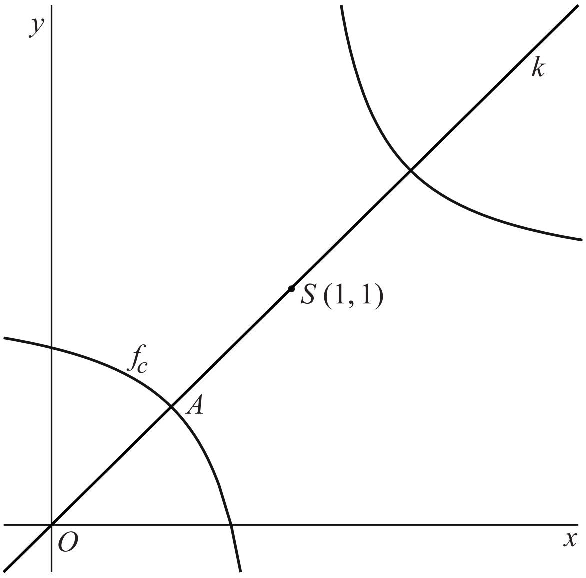

De grafiek van $f_c$ is puntsymmetrisch ten opzichte van $S$ als voor elke waarde van $p$ geldt:

$$\frac{f_c(1+p) + f_c(1-p)}{2} = 1$$

3p **14** Bewijs met behulp van deze formule dat voor elke waarde van $c$ de grafiek van $f_c$ puntsymmetrisch is ten opzichte van $S$.

Lijn $k$ is de lijn met vergelijking $y = x$. Lijn $k$ snijdt de grafiek van $f_c$ in twee punten. Punt $A$ is het linker snijpunt.
In figuur 2 is de situatie van figuur 1 uitgebreid met $A$ en $k$.

**figuur 2**




Als $c$ groter wordt, verschuift $A$ over lijn $k$, waarbij zowel de $x$-coördinaat als de $y$-coördinaat van $A$ toenemen.
Als $c$ onbegrensd toeneemt, naderen zowel de $x$-coördinaat als de $y$-coördinaat van $A$ tot een limietwaarde. Het punt $A$ nadert daarom tot een vast punt: het limietpunt van $A$.

5p **15** Druk de coördinaten van $A$ uit in $c$ en bewijs met behulp van deze coördinaten dat $S$ het limietpunt is van $A$.